Zweierkomplement

In Informatiksystemen ist es auch nötig, mit negativen Zahlen zu arbeiten. Auch diese werden natürlich als Binärzahlen gespeichert. Außerdem muss das Vorzeichen durch Null oder Eins dargestellt werden. Dieses geschieht mit Hilfe des Zweierkomplements.
Beim Zweierkomplement wird zuvor festgelegt, aus wie vielen Stellen eine Zahl überhaupt bestehen darf. Jede Null oder Eins wird dabei als Bit bezeichnet. Eine Zahl, die maximal aus acht Nullen und Einsen besteht, wird daher als 8-Bit Zahl bezeichnet. Bei ihr gibt man immer die führenden Nullen mit an, wenn dieses nötig ist. So wird die Zahl 6 als 8-Bit-Zahl wie folgt dargestellt: 00000110_2. Das vorderste Bit gibt dabei an, welches Vorzeichen die Zahl hat. Bei einer Null handelt es sich um eine positive und bei einer Eins um eine negative Zahl.
Bei der Zahl 10000110_2 handelt es sich aber nicht um -6_{10} sondern um -122. Die Zahl -6_{10} hat die Darstellung 11111010_2. Das hat den Hintergrund, dass es auf diese Weise für den Rechner einfacher ist mit den entsprechenden Zahlen zu arbeiten. Führe dazu die folgenden Rechnungen mit schriftlicher Subtraktion der Binärzahlen durch. Beachte, dass du jeweils nur eine 8-Bit-Zahl hast. Solltest du das neunte Bit benötigen, wird dieses einfach ohne weitere Berücksichtigung gestrichen.

$$00000000_2 - 00000001_2 \quad 5_{10} - 7_{10} \qquad 0_{10} - 63_{10}$$

Aufgabe 1

Erläutere schriftlich das System, wie sich die Zahlen -1, -2, -3, …im Zweierkomplement darstellen lassen.

Aufgabe 2

Addiere schriftlich folgende Zahlen und gib jeweils auch die Dezimalzahl mit an.

$$00101101_2 + 10101001_2 \quad 10110101_2 + 11111101_2 \qquad 11010110_2 + 00000011_2$$

Aufgabe 3

Gib an, welches die größte und welches die kleinste 4-, 8- bzw. 16-Bit-Zahl im Zweierkomplement ist. Schreibe dazu auch immer ihre binäre Darstellung.

Aufgabe 4

Überprüfe anhand von eigenen Beispielen, ob sich diese Rechnung auch auf die Multiplikation übertragen lässt.

Lösungen zu den Aufgaben

Lösung 2

- $45_{10} - 87_{10} = -42_{10} = 11010110_2$
- $-75_{10} - 3_{10} = -78_{10} = 10110010_2$
- $-42_{10} + 3_{10} = -39_{10} = 11011001_2$

Lösung 3

- 4-Bit: 7 und -8
- 8-Bit: 127 und -128
- 16-Bit: 32767 und -32768